

## **ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**

**кандидата физико-математических наук Савенкова Евгения Борисовича**

**на диссертационную работу Новикова Константина Александровича**

**«Математические модели процессов переноса в сложных средах и принципы  
максимума для них»,**

**представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических  
наук по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ»**

Диссертационная работа К.А. Новикова «Математические модели процессов переноса в сложных средах и принципы максимума для них» посвящена теоретическому исследованию и математическому моделированию процессов переноса в сложных системах. В качестве конкретных примеров рассматриваются задачи фильтрации многофазного флюида в пористой среде (в частности, нефтяном пласте) и задачи переноса вещества в биологических клетках. Для рассмотренных задач рассматриваются различные аспекты, связанные со строгим теоретическим исследованием соответствующих математических постановок, построением новых математических моделей, разработкой вычислительных алгоритмов и их программной реализацией, а также непосредственно моделированием, включая как валидационные и верификационные расчеты, так и анализ содержательных прикладных задач.

*Актуальность работы.* Анализ процессов переноса в сложных средах является важной прикладной задачей, встречающейся во многих областях знаний. Одними из наиболее важных методов исследования таких процессов в настоящее время являются методы математического моделирования и вычислительного эксперимента. Успешность применения указанных технологий связана, прежде всего, с корректностью используемых математических моделей, которые необходимо должны отражать существенные для исследования аспекты реальных процессов и корректностью используемых вычислительных алгоритмов, обеспечивающих сохранение свойств решения задачи в дискретном, конечномерном, решении. Представленная работа посвящена комплексному анализу указанных вопросов на примере двух конкретных достаточно сложных задач: задачи фильтрации многофазного флюида в пористой среде и задаче о переносе вещества внутри биологических клеток.

Математическое моделирование процессов фильтрации в пористых средах является достаточно хорошо разработанной областью математического моделирования. Соответствующие математические постановки задач имеют вид сложных нелинейных систем уравнений в частных производных. Несмотря на большое количество существующих в настоящее время численных методов решения этих задач, их теоретическая обоснованность часто вызывает много вопросов. Так, большинство теоретических результатов, касающихся математических свойств соответствующих систем уравнений, получены в существенно упрощенных постановках, практически не применяемых на практике (равенство давлений фаз и т.д.). Аналогичное утверждение можно сформулировать касательно свойств, используемых для численного решения указанных задач вычислительных алгоритмов. В контексте рассматриваемой работы таким свойством, являющимся одним из важнейших, является справедливость принципа максимума как в «аналитической», так и в дискретной постановке. Анализ этих вопросов посвящены первые две главы диссертационной работы.

В части анализа математических моделей переноса в биологических клетках в диссертации рассматриваются вопросы построения и исследования новой математической модели, обеспечивающей корректный учет в процессах внутриклеточного переноса линейных белковых структур микротрубочек, система которых образует эволюционирующую во времени сеть, обеспечивающую перенос веществ внутри клетки. Построенные автором модели обобщают ранее предложенные прежде всего в части учета динамики изменения (роста) системы микротрубочек и учитывают эффекты, ранее не рассматриваемые в данном классе задач. Этим вопросам, совместно с численным исследованием построенных моделей, их валидации и верификации посвящена третья глава работы.

Рассмотренные в диссертации задачи, равно как и тематика работы в целом является актуальной. Полученные автором результаты несомненно имеют существенную теоретическую и практическую значимость.

**Научная новизна.** Полученные в диссертационной работе результаты являются новыми. В частности, получены новые теоретические результаты (принцип максимума) для уравнений двухфазной и трёхфазной фильтрации. При этом рассматриваются различные формы уравнений. Ряд теоретических результатов доказан с использованием естественных для практики допущений (наличие нетривиальных кривых относительных фазовых проницаемостей и капиллярных давлений), которыми в подавляющем большинстве теоретических работ пренебрегают. Построена и исследована

математическая модель, описывающая процессы формирования микротрубочек и переноса вещества в биологических клетках. Проведена валидация и верификация построенной модели и соответствующих вычислительных алгоритмов, которые показали адекватное совпадение с экспериментальными данными. Для обоих рассмотренных в работе моделей (фильтрации и переноса вещества в клетках) предложены и реализованы программно соответствующие вычислительные алгоритмы, проведено теоретическое и численное исследование их свойств. Практическая значимость результатов работы состоит в численной реализации предложенных моделей, которые могут применяться для анализа движения лекарственных препаратов и вирусов в биологических клетках и математического моделирования задач нефтегазодобычи.

**Содержание работы.** Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и изложена на 115 страницах. Список литературы включает 81 наименование

*Во введении* обоснована актуальность исследований, проводимых в рамках диссертационной работы, сформулированы ее цели и задачи, описана структура диссертации.

*В первой главе* дан обзор научной литературы, посвященной моделированию процессов переноса в пористом нефтяном пласте и клетках, рассмотрены численные методы решения и принцип максимума для задач рассматриваемого типа.

*Вторая глава* работы посвящена анализу математических моделей многофазных течений в пористых средах. Модели многофазной фильтрации описывают фильтрацию и перенос воды, нефти и газа в нефтяном пласте. Формулируются и доказываются принципы максимума для переменных фазовых давлений, глобального давления и фазовых насыщенныхностей в модели двухфазной фильтрации и переменных фазовых давлений и глобального давления в модели трехфазной фильтрации. Описывается численная модель двухфазной фильтрации с использованием нелинейной схемы конечных объемов, для нее доказывается справедливость дискретного принципа максимума для переменных давлений. Проводится численный анализ выполнения дискретного принципа максимума. Результаты численных экспериментов подтверждают справедливость дискретного принципа максимума, доказанного аналитически.

*Третья глава* посвящена математическому моделированию переноса веществ в клетке. Сначала формулируется модель, состоящая из подмодели сети микротрубочек и подмодели переноса веществ по ней. Различные подходы к описанию сети микротрубочек приводят к различным выводам относительно свойств клетки. На основе описания динамически формируемой сети исследуется вопрос энергетической эффективности

внутриклеточного переноса. Показано, что более эффективные сети требуют больших затрат энергии и времени для формирования. Для коротких промежутков времени на основе описания сети микротрубочек как статичной структуры исследуется роль её несимметричной геометрии. Использование данного подхода позволяет частично объяснить феномен замедления скорости переноса веществ с увеличением времени измерения.

*Четвертая глава* посвящена описанию алгоритмов реализации предложенных численных моделей и соответствующих комплексов программ.

*В заключении* приведены результаты работы.

***Степень обоснованности и достоверности научных положений и выводов*** диссертационной работы не вызывает сомнений. Автор использует обоснованные теоретические методы и строгие математические доказательства соответствующих утверждений. Корректность построенных автором математических моделей и применимость предлагаемых вычислительных алгоритмов подтверждена как обоснованными теоретическими соображениями, так и валидационными и верификационными расчетами. Результаты исследования представлены в рецензируемых изданиях, в том числе, входящих в список ВАК, докладывались на российских и международных научных конференциях.

***Практическая и научная ценность результатов работы*** заключается в

- 1) в формулировке и доказательстве принципов максимума для моделей двух- и трехфазной фильтрации;
- 2) разработке вычислительного алгоритма решения задач двухфазной фильтрации и доказательстве дискретного принципа максимума для нее,
- 3) возможности обобщения разработанных алгоритмов для более широкого класса систем нелинейных эллиптических и параболических уравнений в частных производных;
- 4) построении и обосновании корректности модели внутриклеточного переноса веществ с учетом эволюционного характера развития системы микротрубочек и полученных с использованием построенной модели результатах анализа энергетических закономерностей процессов переноса веществ в клетке;
- 5) программной реализации разработанных вычислительных алгоритмов решения задач фильтрации и внутриклеточного переноса веществ в виде комплексов программ, который может быть использован для решения прикладных задач моделирования процессов

нефтегазодобычи и анализа и расширения представлений о сложных механизмах переноса вещества внутри биологических клеток, включая анализ процессов направленной доставки лекарственных препаратов и движения вирусов в клетке.

**Соответствие содержания диссертации специальности.** Содержание и результаты работы полностью соответствуют паспорту специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, поскольку основными результатами работы являются: математическая модель процессов формирования системы микротрубочек и переноса вещества в биологических клетках, анализ математических моделей фильтрации многофазного флюида в пористых средах, вычислительные алгоритмы решения указанных задач, а так же программная реализация построенных вычислительных алгоритмов в виде комплекса программ.

**Замечания по работе.** Представленная на отзыв работа не свободна от недостатков. В частности,

- 1). Справедливость дискретного принципа максимума для давления в модели двухфазной фильтрации показана как теоретически, так и в численных экспериментах. Для насыщенности дискретный принцип максимума не доказан аналитически, однако полезно было бы провести численный анализ его выполнения.
- 2). Выполнение принципа максимума доказано для переменной давления в модели двухфазной фильтрации в случае нулевого капиллярного давления и для переменной глобального давления в случае переменного капиллярного давления. Для численного решения выполнение дискретного принципа максимума показано только для первого случая, второй случай не обсуждается.
- 3). В модели внутриклеточного переноса веществ рассматривается два подхода к описанию сети микротрубочек: как динамичной и статичной структуры. Было бы полезно оценить, как характеристики статичной сети соотносятся со стационарным состоянием динамичных сетей.

**Общая оценка работы.** Приведенные замечания не снижают ценности работы. Рассматриваемые в работе задачи являются актуальными. Постановка и методы решения задач ясно изложены и обоснованы. Результаты работы обладают научной новизной и практической ценностью. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Диссертационная работа К. А. Новикова является законченным научным исследованием и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям, выполненным по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ, соответствует критериям, установленным Положением о

присуждении ученых степеней, утвержденным постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842, а ее автор достоин присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:

кандидат физико-математических наук (05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), заведующий сектором Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)

Адрес организации: 125047, г. Москва, Миусская пл., 4

Телефон: +7 (495) 250-79-71,

e-mail: [e.savenkov@gmail.com](mailto:e.savenkov@gmail.com)

15 июня 2017 г.

Евгений Борисович Савенков

Личную подпись кандидата физико-математических наук Савенкова Евгения Борисовича заверяю.

Ученый секретарь  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,  
к.ф.-м.н.



Александр Иванович Маслов